

MODELLAZIONE FISICA E NUMERICA DELLA GENERAZIONE DI FRATTURE IN ACQUIFERI SOVRA-SFRUTTATI

Stefano Nardean ^{1,2}, Massimiliano Ferronato ¹, Shujun Ye ³, Claudia Zoccarato ¹ & Pietro Teatini ^{1*}

(1) Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale, Università di Padova (Padova)

(2) College of Science and Engineering, Hamad Bin Khalifa University (Doha, Qatar)

(3) School of Earth Sciences and Engineering, Nanjing University (Nanjing, China)

*email: pietro.teatini@unipd.it

ASPETTI CHIAVE

- Il sovra-sfruttamento di acquiferi può indurre lo sviluppo di fratture in superficie.
- Un esperimento di laboratorio a grande scale è stato sviluppato per analizzare il fenomeno.
- Un originale modello poro-meccanico a saturazione variabile permette di simulare la fratturazione.
- Il modello numerico è stato testato con successo sulle osservazioni fornite dal modello fisico.

1 PREMESSA

Al fine di garantire un adeguato approvvigionamento idrico per alimentare gli acquedotti cittadini o soddisfare le esigenze industriali, è pratica comune ricorrere all'estrazione di acqua da sistemi acquiferi. Le conseguenze principali che si registrano in ambito geomeccanico, quando le falde sono soggette a sovra-sfruttamento, sono la subsidenza, ovvero l'abbassamento del piano campagna non solo in corrispondenza dei siti di pompaggio ma anche a grandi distanze dai campi pozzi, e la formazione asismica di fratture nel terreno. Queste risultano essere delle macro-discontinuità localizzate con lunghezza fino a 10-15 km, larghe fino a 2 m e profonde anche 20 m, con dislocazioni verticali superiori ai 2 m (Gambolati & Teatini, 2015) (Figura 1). In letteratura sono presenti svariati casi in cui la subsidenza si associa alla formazione di fratture superficiali, in particolare in bacini alluvionali di Cina, Messico centrale, Stati Uniti sud occidentali, India, Iran, Arabia Saudita e Pakistan (Jachens & Holzer, 1979; Ziaie et al., 2009; Carreón-Freyre et al., 2016; Conway, 2016; Ye et al., 2018).

Le conseguenze negative della formazione di queste fessure sono evidenti a livello economico (danneggiamento di edifici, pozzi, infrastrutture viarie e di trasporto d'acqua), ma anche sociale (rischio di incolumità per persone e animali) e ambientale (formazione di percorsi privilegiati per la percolazione di inquinanti negli acquiferi profondi). Se la subsidenza è causata dalla compattazione degli strati a seguito della riduzione della pressione neutra del fluido e il conseguente aumento della tensione verticale efficace, la formazione di fratture nel terreno, presenta invece un grado di indeterminatezza maggiore, potendo avere meccanismi differenti e dipendendo fortemente dalla successione litostratigrafica del sottosuolo. Infatti, a seconda dell'idrogeologia del sito, la profondità, l'estensione, l'ampiezza e la dislocazione tra le superfici della frattura possono essere potenzialmente molto diverse tra loro (Sheng et al., 2003; Frigo et al., 2019). In generale, le fratture nel terreno si possono formare per trazione oppure taglio a seconda delle condizioni geologiche del sito. Visivamente, le due tipologie si distinguono sulla base della dislocazione verticale che si osserva tra le due superfici, limitata nel primo (Figure 1a e 1b) e marcata nel secondo caso (Figura 1c).

Al fine di simulare questi complessi fenomeni, è stato sviluppato un modello numerico accoppiato per riprodurre la filtrazione dell'acqua nel terreno, in un contesto a saturazione variabile, e di deformazione, uscendo dall'ambito della meccanica del continuo. Per la risoluzione delle equazioni che descrivono i fenomeni fisici appena menzionati, si è ricorso al metodo agli Elementi Finiti con introduzione degli Elementi di Interfaccia che consentono, qualora il criterio di resistenza implementato risulti violato, di rompere la continuità del dominio, ottenendo, quindi, una rappresentazione numerica di una soluzione discontinua. Il simulatore è stato applicato per riprodurre un esperimento di laboratorio realizzato dal Key Laboratory of Earth Fissures Geological Disaster del Geological Survey of Jiangsu Province in Cina. Il modello tridimensionale, di grandi dimensioni, ha ricostruito la tipica architettura stratigrafica presente nell'area di Suzhou-Wuxi-Changzhou, caratterizzata dall'alternanza dei livelli sabbioso-argillosi della piana alluvionale del fiume Yangtze e intercettati da creste rocciose solo in parte affioranti.



Figura 1. Esempi di fratture causate dallo sovra-sfruttamento di acquiferi: Quetta, Pakistan (a), Tempe, Arizona (b) e Wuxi, Cina (c).

A valle di una breve descrizione del modello di laboratorio sviluppato in Cina, viene presentato l'originale approccio modellistico e la procedura di calibrazione utilizzata per ricostruire mediante modello numerico le osservazioni sperimentali.

2 MATERIALI E METODI

2.1 L'esperimento di laboratorio

In un box in PMMA di dimensioni planimetriche 4.8×1.8 m e altezza 1.4 m è stato collocato un prisma triangolare in calcestruzzo che riproduce la presenza di una cresta rocciosa. Il prisma sviluppa un'altezza di 0.8 m, lunghezza alla base di 2.8 m e larghezza di 1.8 m. Il box è stato quindi riempito con tre strati di terreno a sviluppo orizzontale; partendo dalla base, si trovano uno strato argilloso dello spessore di 0.2 m, seguito da un layer sabbioso di 0.6 m e uno limoso di 0.6 m. Gli strati sabbioso e argilloso/limoso riproducono la presenza di un acquifero tra due strati confinanti (Figura 2a). In corrispondenza dello strato sabbioso, sono stati disposti verticalmente 8 tubi forati dai quali è possibile drenare l'acqua a gravità (pressione atmosferica) dal fondo del box stesso. Il modello è stato strumentato con sensori di spostamento, pressione, contenuto d'acqua e con fibre ottiche per misurare la deformazione orizzontale del mezzo poroso.

Una volta portato il terreno a una completa saturazione (fino alla quota di 1.3 m dal fondo), si è proceduto a drenare l'acqua, registrando in continuo le grandezze idrologiche e meccaniche per un periodo di 168 ore (7 giorni), al termine del quale l'abbassamento complessivo della falda è stato di circa 100 cm. La superficie del modello ha registrato una subsidenza variabile tra 5.3 mm a 1.0 mm, con il minimo misurato in corrispondenza della cresta in calcestruzzo dove lo spessore del materiale compressibile è minore. Lungo la stessa cresta si è registrata la formazione di una fessurazione la cui larghezza massima, al termine del drenaggio, è stata quantificata in circa 3.5 mm. Le superfici laterali trasparenti del box hanno permesso di seguire la propagazione della fessura dalla superficie del modello in profondità. Dato l'inevitabile attrito tra terreno e pareti del box, la massima profondità, quantificata in 150 mm lungo le pareti, costituisce una stima per difetto dell'effettiva profondità della fessura nella zona centrale del modello.

2.2 Il modello numerico

L'estensione dell'equazione di flusso in un mezzo poroso a saturazione variabile, o equazione di Richards (Paniconi & Putti, 1994), è ottenuta considerando che lo spazio poroso nel volume di riferimento varia linearmente con lo spostamento dei grani (o, più precisamente, con la deformazione volumetrica) e con la pressione della fase bagnante. Si ottiene la relazione (Both et al., 2019):

$$\nabla \cdot [k_{rw} K \nabla (\psi + z)] = \left(\phi \frac{\partial S_w}{\partial \psi} + \frac{\gamma_w S_w}{M} \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} + \alpha_p S_w \frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{u}}{\partial t} - q \quad (1)$$

dove ψ è il carico piezometrico, K è il tensore della conducibilità idraulica satura, z la coordinata verticale, t il tempo, S_w il grado di saturazione, k_{rw} la conducibilità relativa, ϕ la porosità iniziale, γ_w il peso specifico dell'acqua, q il termine di sorgente per unità di volume, M e α_p il modulo e il coefficiente di Biot, \mathbf{u} lo spostamento dei grani. La dipendenza di S_w e k_{rw} da ψ è esplicitata attraverso curve di risalita capillare, seguendo il modello proposto da Van Genuchten and Nielsen (1985).

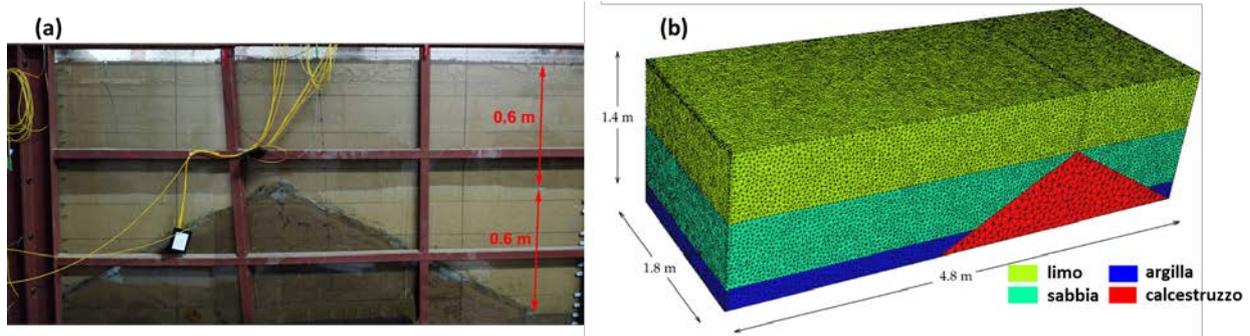


Figura 2. Dettaglio del modello fisico di laboratorio (a) e vista tridimensionale del modello agli elementi finiti (b).

Lo spostamento \mathbf{u} può essere quantificato attraverso le equazioni di equilibrio per il mezzo poroso. Si utilizza l'equazione di Terzaghi-Bishop che governa il rapporto tra lo stato tensionale della matrice solida e la pressione del fluido in un mezzo poroso parzialmente saturo. Applicando le equazioni indefinite di equilibrio, o di Cauchy, per esprimere il legame tra tensioni e forze di volume, nell'ipotesi di spostamenti infinitesimi, si arriva all'equazione:

$$\nabla \cdot [\boldsymbol{\sigma} - \alpha_p \gamma_w S_w(\psi) \boldsymbol{\psi} \mathbf{1}] = \mathbf{b} \quad (2)$$

dove $\boldsymbol{\sigma}$ è il vettore delle tensioni efficaci, legato al vettore degli spostamenti da un'appropriata relazione costitutiva $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\mathbf{u})$, e \mathbf{b} il vettore dei carichi esterni. Nel caso specifico, il mezzo poroso è stato caratterizzato da una relazione elastica lineare, univocamente definita dal modulo di Young E e dal coefficiente di Poisson ν . Le relazioni (1) e (2) costituiscono un sistema di quattro equazioni accoppiate nelle incognite carico piezometrico del fluido e spostamento tridimensionale dei grani della matrice solida. Qualora le tensioni violino un certo criterio di resistenza, che comunemente è quello di Mohr-Coulomb, il mezzo continuo può essere interessato dalla formazione e propagazione di fratture, con scorrimento e/o apertura relativa delle due superfici che individuano la discontinuità. Coesione c , angolo d'attrito f e regime tensionale iniziale, caratterizzato nel test di interesse da una leggera sovra-consolidazione p dovuta al calpestio dei ricercatori durante la costituzione del modello, sono i parametri che regolano il possibile superamento del criterio di rottura.

Il modello accoppiato è risolto numericamente per mezzo del metodo degli elementi finiti utilizzando una procedura iterativa tipo "staggered", aumentandone la velocità di convergenza per mezzo di un parametro di rilassamento ad hoc (Both et al., 2019). All'interno dell'iterazione necessaria per l'accoppiamento, sono inseriti dei cicli di Picard e Newton con cui risolvere rispettivamente le non linearità parametriche (e.g., quelle connesse alle curve di risalita capillare) e quelle del modello geomeccanico elasto-plastico derivanti dalla formazione delle fessure. La meccanica delle fratture è simulata attraverso l'approccio numerico degli elementi d'interfaccia come proposto da Franceschini et al. (2016).

3 RISULTATI

Il modello fisico è stato discretizzato utilizzando una griglia ad elementi finiti tetraedrici (Figura 2b), costituita da 113,141 nodi, 629,285 elementi finiti e 5,591 elementi d'interfaccia. Quest'ultimi sono stati posizionati lungo un piano verticale tra l'apice della cresta rigida e la superficie del modello, dove un'analisi tensionale preliminare con un modello continuo ha evidenziato la formazione di tensioni di trazione a seguito dell'abbassamento della falda. La dimensione caratteristica degli elementi è pari a 0.04 m.

Per ciascuno degli strati del modello sono stati forniti ϕ , K , il peso specifico dei grani γ_s e la distribuzione granulometrica che hanno consentito, attraverso il software Rosetta (Schaap et al., 2001), di disporre di una stima iniziale dei parametri α , ϑ_r e n di Van Genuchten. A valle di un'analisi di sensitività basata sugli indici di Sobol per caratterizzare la dipendenza del modello di flusso dai parametri delle curve di risalita capillare, è stata condotta una calibrazione "trial-and-error" per passi successivi che ha interessato inizialmente i parametri α e n (ϑ_r è risultato scarsamente influente), quindi quelli geomeccanici E e ν , ed infine c e p relativi alla formazione della fessura (f è stato mantenuto pari a 30° in quanto, per simmetria, non si sviluppa

dislocazione). I parametri calibrati sono riportati in Tabella 1.

Un confronto tra misure sperimentali e risultati del modello numerico è riportato in Figura 3. Il modello fornisce una ricostruzione della dinamica dell'acqua e della matrice porosa soddisfacente, benché non sia stato possibile catturare alcune variabilità di piccola scala registrate dai sensori con le ipotesi di proprietà idro-meccaniche costanti per ciascuno degli strati del modello. Inoltre, la presenza dei tubi drenanti, inseriti nel modello numerico come nodi di seepage-face ma non discretizzati, possono aver prodotto qualche singolarità nella risposta fisica del terreno sottoposto a drenaggio.

| Materiale | K (m/ora) | E (MPa) | ν | ϕ | α (1/m) | ϑ_r | n |
|-----------|--------------------|-----------|-------|--------|----------------|---------------|-----|
| Limo | 5×10^{-3} | 1.54 | 0.25 | 0.39 | 8.5 | 0.13 | 4 |
| Sabbia | 9×10^{-3} | 1.54 | 0.25 | 0.39 | 8.5 | 0.13 | 4 |
| Argilla | 9×10^{-5} | 0.77 | 0.25 | 0.44 | 0.54 | 0.17 | 1.6 |

Tabella 1. Valore dei parametri idro-geomeccanici ottenuti con la calibrazione del modello numerico. Il prisma in calcestruzzo è stato ipotizzato impermeabile ($K=10^{-7}$ m/ora) e rigido ($E=10^3$ MPa).

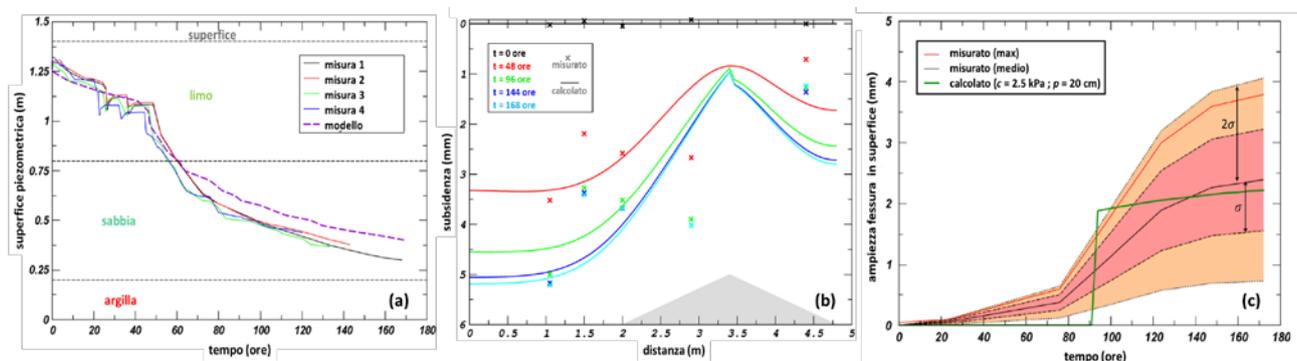


Figura 3. Confronto tra i risultati del modello poro-meccanico a saturazione variabile e le misure di laboratorio: superficie piezometrica (a), subsidenza (b) e ampiezza della fessura in superfice (c).

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Both, J.W., Kumar, K. & Nordbotten. J.M. Anderson accelerated fixed-stress splitting schemes for consolidation of unsaturated porous media, *Computers and Mathematics with Applications*, 2018, 77(6), 1479-1502.
- Carreón-Freyre, D., Cerca, M., Ochoa-González, G., Teatini, P. & Zuniga, F.R. Shearing along faults and stratigraphic joints controlled by land subsidence and hydraulic gradient in the Valley of Queretaro, Mexico, *Hydrogeology Journal*, 2016, 24(3), 657-674.
- Conway, B.D. Land subsidence and earth fissures in south-central and southern Arizona, USA. *Hydrogeology Journal*, 2016, 24(3), 649-655.
- Franceschini, A., Ferronato, M., Janna, C. & Teatini, P. A novel Lagrangian approach for a stable numerical simulation of the mechanics of faults, *Journal of Computational Physics*, 2016, 314, 503-521.
- Frigo, M., Ferronato, M., Yu, J., Ye, S., Galloway, D., Carreón-Freyre, D. & Teatini, P. A parametric numerical analysis of factors controlling ground ruptures caused by groundwater pumping, *Water Resources Research*, 2019, 55(11), 9500-9518.
- Gambolati, G. & Teatini, P. Geomechanics of subsurface water withdrawal and injection, *Water Resources Research*, 2015, 51, 3922-3955.
- Jachens, R.C. & Holzer, T.L. Geophysical investigations of ground failure related to groundwater withdrawal - Picacho Basin, Arizona, *Ground Water*, 1979, 17(6), 574-585.
- Paniconi, C. & Putti, M. A comparison of Picard and Newton iteration in the numerical solution of multidimensional variably saturated flow problems, *Water Resources Research*, 1994, 30(12), 3357-3374.
- Schaap M.G., Leij F.G. & van Genuchten, M.T. ROSETTA: A computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer functions, *Journal of Hydrology*, 2001, 251(3-4), 163-176.
- Sheng, Z., Helm, D.C. & Li, J. Mechanisms of earth fissuring caused by groundwater withdrawal, *Environmental & Engineering Geoscience*, 2003, 9(4), 313-324.
- Van Genuchten, M.T. & Nielsen D.R. On describing and predicting the hydraulic properties of unsaturated soils, *Annales Geophysicae*, 1985, 3(5), 615-628.
- Ye, S., Franceschini, A., Zhang, Y., Janna, C., Gong, X., Yu, J. & Teatini, P. A novel approach to model earth fissure caused by extensive aquifer exploitation and its application to the Wuxi case, China, *Water Resources Research*, 2018, 54, 2249-2269.
- Ziaie, A., Kumarci, K., Ghanizadeh, A.R. & Mahmoodinejad, A. Prediction of earth fissures development in Sirjan, *Research Journal of Environmental Sciences*, 2009, 3(4), 486-496.